

文章编号: 1000-7598-(2005) 01-0135-05

# 随机固-热耦合模型与岩石热破裂数值试验研究

康 健<sup>1,2</sup>, 赵明鹏<sup>2</sup>, 梁 冰<sup>2</sup>

(1. 大连轻工业学院 信息科学与工程学院, 大连 116034; 2. 辽宁工程技术大学 力学与工程科学系, 辽宁 阜新 123000)

**摘 要:** 考虑岩石细观组构的不同, 建立了随机非均匀介质的固-热耦合数学模型, 给出了一般意义下的有限元分析方法。进而考虑热膨胀系数和热传导系数为随机介质, 在平面应变模型下, 进行了岩石热破裂的数值试验, 以花岗岩为样本, 对均匀分布、正态分布、韦泊分布等 3 种随机分布下, 热膨胀系数和热传导系数变化引起的岩石破裂门槛值的变化做了详细研究, 结果表明, 热膨胀系数和热传导系数的概率分布形式和分布参数及时间对花岗岩热破裂规律及门槛值温度的分布有重要影响。

**关 键 词:** 随机介质; 热膨胀系数; 热传导系数; 数值试验; 热破裂

**中图分类号:** TU 4.5

**文献标识码:** A

## Random solid-head coupled model and numerical tests on hot cracking of rocks

KANG Jian<sup>1,2</sup>, ZHAO Ming-peng<sup>2</sup>, LIANG bing<sup>2</sup>

(1. school of Information Sciences & Engineering, DaLian Institute of Light Industry, Dalian 116034 China

2. Department of Mechanics and Engineering Sciences, Liaoning Technical University, Fuxin 123000 China)

**Abstract:** In consideration of difference in micro-structure of rocks, the paper presents random non-homogeneous solid-head coupled model and FEM concerned, and then in consideration of the random non-homogeneity of thermal dilation and conduction coefficients, plane strain model, For example of granite, assumed thermal dilatability and thermal conduction with uniform distributing, Gauss distributing, Weibull distributing, based on a lot of numerical experiments, study on the hot cracking threshold of rock, conclusions of random distributing function and parameter and time influence to thermal cracking law and temperature threshold is presented.

**Key words:** random non-homogeneous media; thermal dilatability; thermal conduction; numerical experiments; thermal cracking

## 1 引 言

在石油的三次开采、液体的地下储藏和高放射性核废料的地下处置、煤层瓦斯的安全抽放和综合利用、高温岩体地热资源开发以及对地壳的演变过程的研究和模拟中, 都需要考虑岩石在高温下的物理力学性质<sup>[1]</sup>。

目前, 国外关于岩石热学特性方面的研究才刚刚开始, 文献[2]总结了高温条件下花岗岩的物理力学特性等方面的研究, 文献[3]为对热破裂问题进行了研究。然而, 国内对花岗岩热物理特性的研究也起步较晚, 成果甚少, 文献[4-7]为对岩石热开裂、结构特征和高温环境下岩石力学性质进行了研究, 而文献[8, 9]用随机非均质介质的热弹性力学模型及其数值试验方法研究在高温环境下岩石热破裂问

题, 但仅考虑模型温度相同的情况。由于在高温环境下, 岩石矿物颗粒组成和分布不同, 岩体中温度的分布是不同的。故本文将热膨胀系数和热传导系数作为随机介质, 通过建立随机非均匀介质的固-热耦合模型, 采用有限元法与物理学的愈渗理论相结合, 进行大量的数值试验, 揭示了岩石热破裂门槛温度的分布随分布参数和时间的变化规律。

## 2 随机介质固-热耦合数学模型与数值解法

为研究方便起见, 本文的工作基于以下假设与物理学基础:

(1) 岩石细观上是由随机非均质的颗粒结合而成的, 但对于分析简化的细观单元而言, 仍包含了较多的矿物颗粒, 细观单元宏观上是均质各向同性

的弹性介质。

(2) 细观单元的物理力学特性参数是众多矿物颗粒的统计特性。

(3) 岩石中热的传输仅考虑传导的形式, 不考虑对流与辐射形式的传热。

(4) 由于细观单元尺寸很小, 已不具备宏观的统计特性, 因而用细观单元表示的单元特性, 整体上呈现随机非均质性。

(5) 由于细观单元的非均质性, 同时反映到弹性常数、热传导系数、热膨胀系数、比热容、内摩擦角和抗剪与抗压强度特性也具有随机非均质特性。并假设这些参数的随机性与非均质的随机性是统一的。

(6) 在上述随机非均质性的假设下, 实际上宏观的表现是各向异性, 严格地讲, 其应力平衡方程与热传导方程都应该是各向异性方程, 但由于这种各向异性是随机的, 极难表达, 因此本文仅考虑整体的非均质, 由此产生的各向异性暂不考虑。

在考虑温度效应的条件下, 用位移表达的岩体应力平衡方程为:

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i =$$

$$3(K\beta \frac{\partial T}{\partial x_i} + KT \frac{\partial \beta}{\partial x_i} + \beta T \frac{\partial K}{\partial x_i})$$

考虑温度作用的岩体弹性本构关系

$$\sigma_{ii} = \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{ii} - 3K\beta T$$

$$\tau_{ij} = \mu \gamma_{ij}$$

考虑非均质的热传导方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) =$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q_0$$

式 (1) 与式 (3) 构成了随机介质固-热耦合模型。

式中  $\lambda$ ,  $\mu$  为拉梅常数;  $u$  为位移;  $F$  为外力;  $\beta$  为热膨胀系数;  $\theta$  为体积应变;  $K$  为体积变形模量;  $T$  为温度;  $K_{ii}$  为热传导系数;  $c$  为比热容;  $\rho$  为密度;  $Q_0$  为热量源汇项。

本文所建立的随机非均质固-热耦合数学模型是空间域  $x, y, z$  和时间域  $t$  的函数。它的求解非常困难, 这里给出基于有限元的数值解法<sup>[10]</sup>。

求解随机非均质热传导方程组的有限元离散方程:

$$[R]\{T\} + [S]\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} + \{P\} = 0 \quad (4)$$

式中  $[R]$  为热传导矩阵;  $[S]$  为热容矩阵;  $\{T\}$  为温度列矩阵;  $\{P\}$  为温度载荷列阵。对时间的离散采用差分的形式, 即  $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)}}{\Delta t}$

求解随机非均质固体变形控制方程组的有限元离散方程:

$$[K]\{\delta\} + \{F_T\} + \{F_\beta\} + \{F_k\} + \{F_Q\} + \{F_q\} = 0 \quad (5)$$

式中  $[K]$  为总体刚度矩阵;  $\{\delta\}$  为位移列矩阵;  $\{F_T\}$ 、 $\{F_\beta\}$ 、 $\{F_k\}$ 、 $\{F_Q\}$ 、 $\{F_q\}$  分别为温度梯度、非均质热膨胀系数、非均质体积变形模量、体积力和表面力引起的外载荷项。

采用的求解方法是将固体变形和热传导看作独立的子系统, 耦合迭代的数值解法为: 利用有限元离散方法将控制方程在几何域上离散, 并用差分法得到时间域上的离散方程, 由于温度场不受应力场的影响, 这样式 (4) 和式 (5) 便可以分别求解。

### 3 数值实验方法

#### 3.1 数值试验模型

为分析方便, 仅假设热膨胀系数和热传导系数服从随机概率分布, 其它力学参数认为是一常数。在计算时不仅考虑温度梯度引起的热破裂, 而且也考虑热膨胀系数非均匀引起的热破裂。

数值试验采用平面应变模型。按照愈渗理论, 当平面模型热破裂的单元数达到 59.275 % 时, 即认为对应的该温度为热破裂门槛值  $T_c$ 。数值实验采用以上给出的有限元分析方法, 取平面模型的几何尺寸为 20 cm × 10 cm, 共划分 200 × 100 个单元。每个单元的尺度 1 mm × 1 mm, 热破裂的判断采用 Drucker-Prager 屈服准则, 数值实验的物理力学参数为表 1。

用 3 种不同的随机概率分布模拟各单元的热膨胀系数和热传导系数: (1) 区间 (0, 1) 内随机均匀分布 (0, 1) / m; (2) 正态分布  $\sigma(\sigma_0, m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \exp\left(-\frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{2m^2}\right)$ , 其中  $\sigma_0 = E(\sigma)$ , 表征非均质参数为  $m$  时岩石物理力学性质的平均值; (3) 韦伯分布  $\tau(\sigma_0, m) = \frac{m}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m}$ , 其中  $\sigma_0 = E(\sigma) / \Gamma(1/m + 1)$ , 表征非均质参数为  $m$  时岩石物理力学性质的平均值。 $m$  设为分布参数, 模拟岩石各单元的非均质性,  $E(\sigma)$  为服从概率分布的期望值。

表 1 数值试验的物理力学参数

Table 1 Mechanical parameter of numerical tests

| 杨氏模量/MPa | 泊松比  | 内摩擦角/(°) | 凝聚力/MPa | 单轴抗压强度/MPa | 单轴抗拉强度/MPa | 重度/kg·m <sup>-3</sup> | 比热容/J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> |
|----------|------|----------|---------|------------|------------|-----------------------|-----------------------------------------|
| 10 000   | 0.15 | 35       | 0.31    | 80         | 5          | 2700                  | 1080                                    |

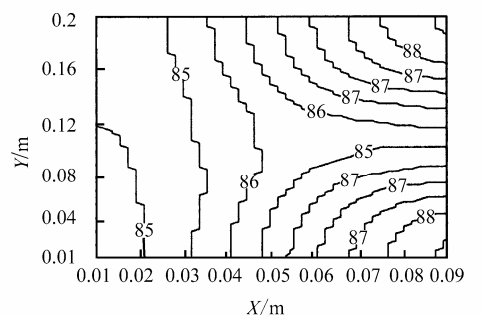
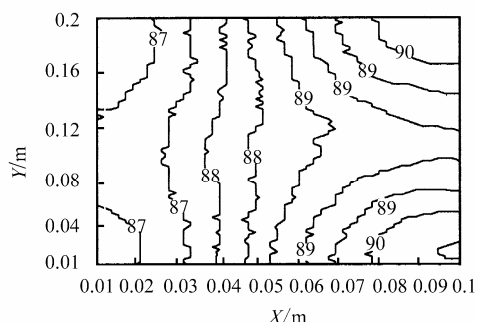
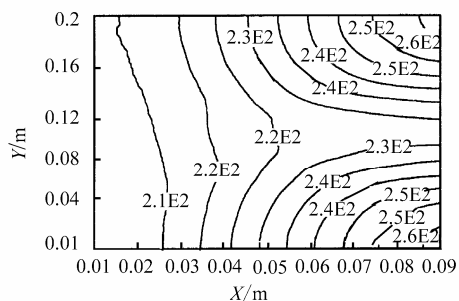
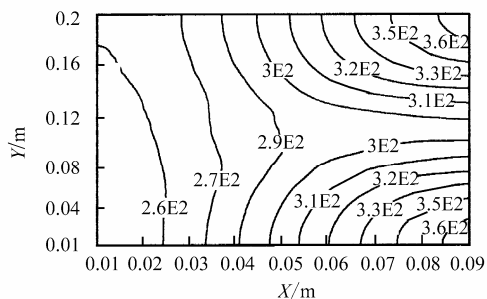
(a)  $m=20\,000$  ( $t=0.5$  day)(b)  $m=30\,000$  ( $t=0.55$  day)(c)  $m=60\,000$  ( $t=0.775$  day)(d)  $m=70\,000$  ( $t=0.86$  day)

图 1 随机均匀分布下热破裂门槛值等温线/°C

Fig1 contours of hot cracking threshold temperature in uniform distribution

### 3.2 数值实验结果

岩石是由不同的矿物颗粒所组成的非均质体,

由于岩石中由温度引起的热应力使岩石产生微裂纹,随着温度的提高,这些裂纹形成网络,这就是岩石的热破裂现象[9]。通过有限元数值模拟试验,在均匀分布、正态分布和韦泊分布3种形式下,分别得出了如图1~图3的热破裂门槛温度分布随分布参数 $m$ 和时间 $t$ 的变化规律。

## 4 岩石热破裂细观机理分析

### 4.1 均匀分布下热破裂的门槛值温度的分布规律

通过数值试验,在随机均匀分布下,得出图1的热破裂门槛温度分布随分布参数和时间的变化关系曲线。从图1可以看出,当参数 $m$ 和时间都增加时,热破裂门槛值温度是逐渐递增的。当 $m=20\,000$ ,时间为0.5 d时,热破裂门槛值温度最小值和最大值分别为85°C和88°C,此时温度梯度变化不大;而当 $m=70\,000$ ,时间为0.86 d时,热破裂门槛值温度最小值和最大值分别为260°C和360°C,此时温度梯度变化较大。由数值试验结果可知,热破裂仅能增加岩石裂隙的密度,而不能形成裂隙网络,这与均匀分布有关,看来与实际不符。

### 4.2 正态分布下热破裂的门槛值温度的分布规律

对于正态分布,从图2可以看出,热破裂门槛值温度随着 $m$ 和时间的增大逐渐增加。当 $m=1$ ,时间为26 d时,热破裂门槛值温度最小值和最大值分别为31°C和69°C,此时温度梯度变化较大,而当 $m=3$ ,时间为98 d时,热破裂门槛值温度最小值和最大值分别为140°C和980°C,此时温度梯度变化很大。由数值试验结果可知,热破裂能改变岩石内部的微观结构,既能增加岩石裂隙的长度和宽度,又能增加岩石裂隙的密度,但是这种变化的速度随时间增加得较慢。

### 4.3 韦泊分布下热破裂的门槛值温度的分布规律

对于韦泊分布,从图3可以看出,当分布参数 $m$ 增加,并且时间减少时,热破裂门槛值温度逐渐减少。当 $m=5.6$ ,时间为28 d时,热破裂门槛值温度最小值和最大值分别为150°C和900°C,此时温度梯度很大;而当 $m=6$ ,时间为4.5 d时,热破裂门槛值温度最小值和最大值分别为20°C和23°C,此时温度梯度变化不大。参数 $m$ 有很小改变(5.6-6),热破裂门槛值温度的分布变化明显。因此,热破裂门槛值温度的分布对参数 $m$ 非常敏感。由数值试验结果可知,热破裂能改变岩石内部的微观结构,既能增加岩石裂隙的长度和宽度,又能增加岩石裂隙的密度,这种变化的速度随时间增加得很快。

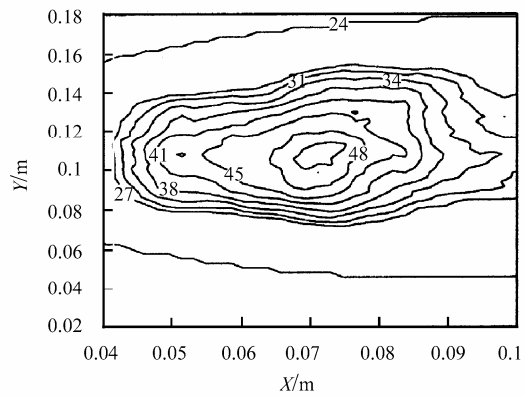
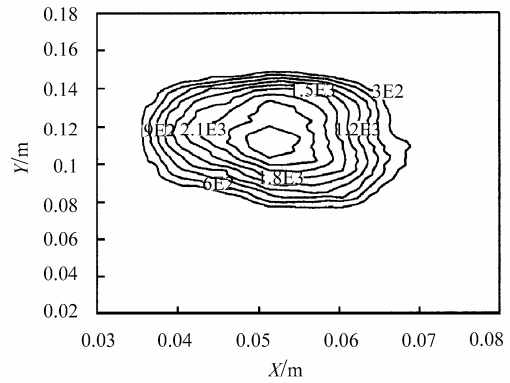
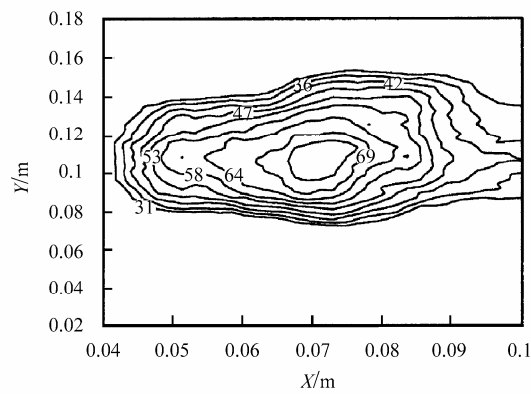
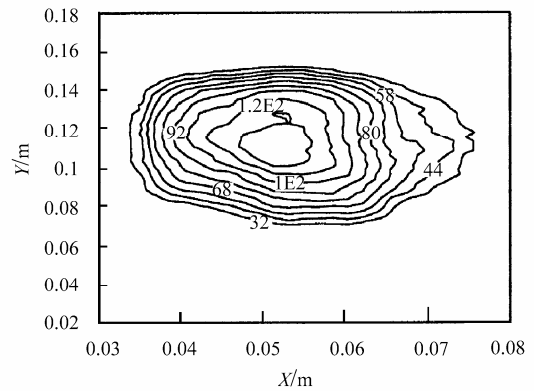
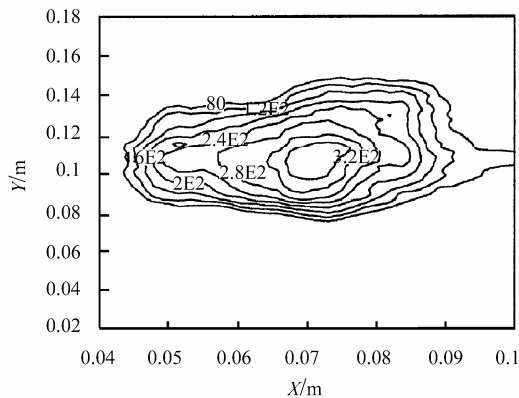
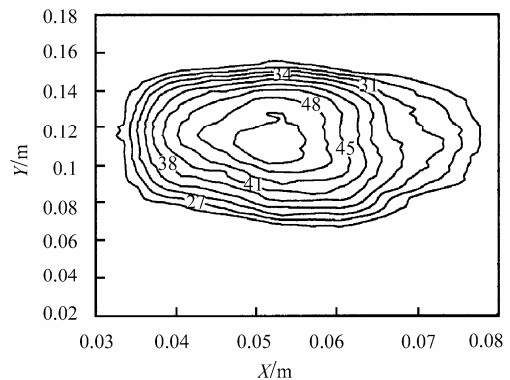
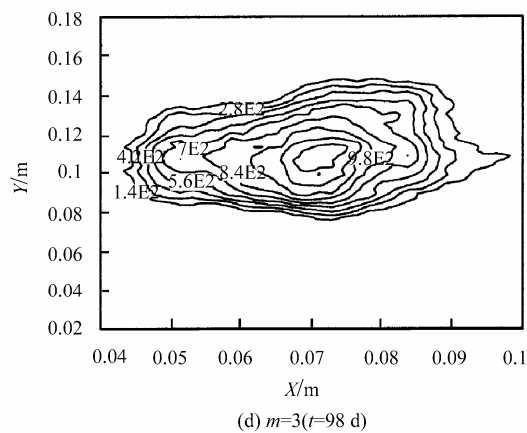
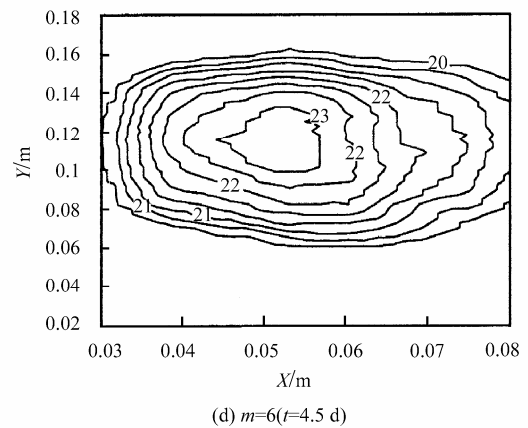
(a)  $m=0.5(t=20 \text{ day})$ (a)  $m=5.6(t=28 \text{ day})$ (b)  $m=1(t=26 \text{ day})$ (b)  $m=5.7(t=17.9 \text{ d})$ (c)  $m=2(t=58 \text{ d})$ (c)  $m=5.7(t=11.4 \text{ d})$ (d)  $m=3(t=98 \text{ d})$ (d)  $m=6(t=4.5 \text{ d})$ 

图2 正态分布下热破裂门槛值等温线/ $^{\circ}\text{C}$   
Fig1 contours of hot cracking threshold temperature in Gauss distribution

图3 随机韦泊分布下热破裂门槛值等温线/ $^{\circ}\text{C}$   
Fig3 contours of hot cracking threshold temperature in Weibull distribution

由温度引起的热应力,造成岩石结构的热破裂,使其由原有的完整结构变成破裂结构。由于相关岩石热破裂细观研究资料甚少,岩石热破裂门槛值随非均质变化规律如何,尚待深入研究。由于岩石矿物成份不同,各种矿物颗粒的不同热膨胀系数和不同热传导系数以及各向异性颗粒的不同和结晶方位的热弹性性质的不同,用不同的概率分布来模拟不同岩石的热膨胀系数和热传导系数,结果表明了门槛值温度分布完全依赖于概率分布形式、分布参数  $m$  和时间  $t_0$ 。

## 5 结论

(1) 本文提出一般意义下的随机非均匀介质的固-热耦合数学模型及其有限元分析方法。这些方程与方法,奠定了岩石热破裂研究的基础。

(2) 针对平面应变和热膨胀系数及热传导系数非均质情况,进行了数值试验研究,结果表明,用随机均匀分布模拟热膨胀系数和热传导系数,门槛值温度随着分布参数和时间的增加而增加。

(3) 由试验结果可知,用正态分布模拟热膨胀系数和热传导系数,门槛值温度随着分布参数和时间的增加而增加。

(4) 用韦泊分布模拟热膨胀系数和热传导系数,当分布参数增加和时间减少时,门槛值温度随之减少,并且,热破裂门槛值温度的分布对参数  $m$  非常敏感。

## 参考文献

- [1] 赵阳升. 高温岩体地热开发的岩石力学问题[A]. 中国第六届岩石与工程学术大会论文集[C]. 武汉:科学技术出版社, 2000. 361—364.
- [2] Heuze, F. E., High-temperature mechanical, physical and thermal properties of granitic rocks- A review[J]. *Int. J. Rock Mech. Min Sci and Geomech. Abstr*, 1983, 20(1): 3—10.
- [3] Johnson B. Gangi A F. Handin J. Thermal cracking of rock subject to slow, uniform temperature changes.[A]. *Proc 19<sup>th</sup> US Symp. Rock Mech*[C]. Washington:[s.n]. 1978, 259—267.
- [4] 陈颢, 吴晓东, 张福勤. 岩石热开裂的实验研究[J]. 科学通报, 1999, 4(8): 880—883.
- [5] 张晶瑶, 马万昌, 张风鹏. 高温条件下岩石结构特征的研究[J]. 东北大学学报, 1996, 17(1): 5—9.
- [6] 周克群, 楚泽涵, 张元中等. 岩石热开裂与检测方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(4): 412—416.
- [7] 许锡昌, 刘泉声. 高温下花岗岩基本力学性质初步研究[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(3): 332—335.
- [8] 康健, 赵明鹏, 梁冰. 随机非均质热弹性力学模型与岩石力学性质的数值实验研究[J]. 辽宁工程技术大学, 2005, 24(1): 25—28.
- [9] 康健, 赵明鹏, 赵阳升. 随机非均质热弹性力学模型与岩石热破裂门槛值的数值试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(14): 2 331—2 335.
- [10] 赵阳升. 有限元法及其在采矿工程中的应用[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1994.

## 《岩土力学》2004年第8,9期“EI”收录论文作者名单

2004年第8期发表论文37篇,被“EI”收录有35篇,被收录论文第一作者姓名按期刊目次先后次序排列。他们是:张丙印、王成华、刘才华、洪振舜、王志亮、杨雪强、黄质宏、吴继敏、杨松林、李相然、朱珍德、张鲁渝、费康、凌贤长、周小平、师旭超、代高飞、高明中、肖武权、高广运、吴雄志、汪建刚、黄俊、姜陈钊、刘宁、官林星、黄城、程强、黄生根、唐红侠、张小平、刘春、于宁、杨建国、龚文惠。

2004年第9期发表论文34篇,被“EI”收录有32篇,被收录论文作者是:汤有光、丁梧秀、经来旺、陈四利、楼梦麟、肖昭然、洪鑫、傅旭东、费康、杨新安、杨茜、杨更社、刘辉、胡明鉴、夏旺民、陈枫、周德泉、王志亮、赵明华、付厚利、方祥位、孙红、李丽慧、张强勇、周翠英、黄仙枝、冯仲仁、宰金珉、刘体锋、吴雄志、张晓健、李小杰(署名第一作者)。